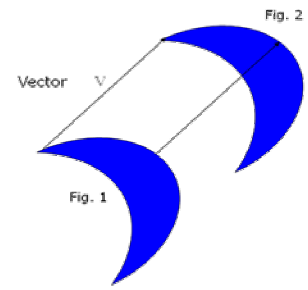
Isometria:

É uma **transformação geométrica** em que se **conservam as medidas**:

- dos comprimentos
- das amplitudes dos ângulos



Translação: **Deslocação** de uma figura segundo uma direcção, um sentido e um comprimento.

A **translação transforma** uma figura noutra figura. As figuras são geometricamente iguais.

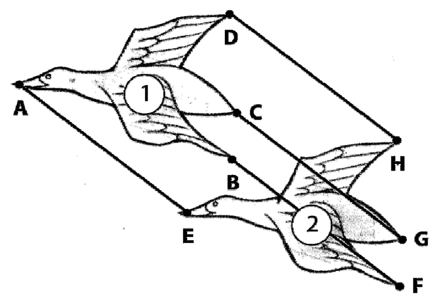
As tanslações conservam a direcção e o comprimento dos segmentos de recta, bem como as amplitudes dos ângulos.

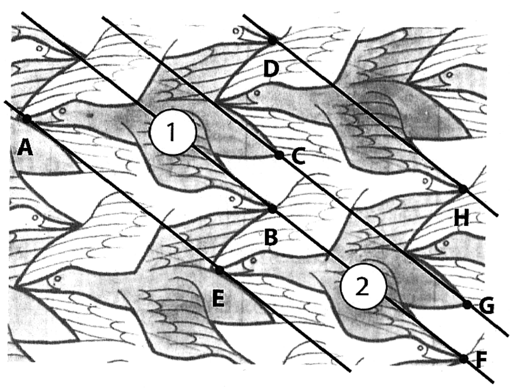
Translação

Dadas duas figuras, uma é **translação** da outra se for obtida **a partir dela por deslocação ao longo de uma recta**, paralelamente à posição inicial.

1. Imagem de uma figura numa translação dada

M. C. Escher usou o desenho ao lado na sua xilogravura Dia e Noite, em 1939. Nele foram marcados alguns pontos e traçadas algumas rectas para percebermos como se pode passar do **pássaro 1** para o **pássaro 2**.





Usando um decalque do **pássaro 1**, verifica-se que é possível levar esse decalque a coincidir com o **pássaro 2**, pelo deslocamento ao longo de uma recta e sempre paralelamente à posição original.

Assim, **o pássaro 1 tem por imagem o pássaro 2** na **translação** que transforma:

(a) o ponto A no ponto _____ **(b)** o ponto ______ no ponto F

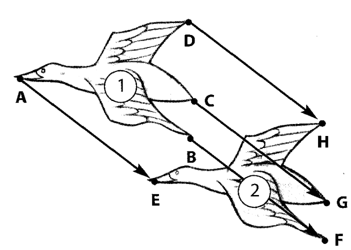
(c) o ponto C no ponto ______ **(d)** ponto ______ no ponto H.

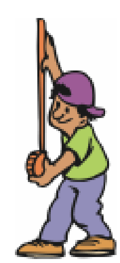
2. Vector

Todos os pontos do pássaro 1 deslocaram-se:

- Na mesma _______________, pois as rectas AE, BF, CG e DH são paralelas;
- No mesmo _______________, de A para E, de B para F, de C para G e de D para H.

Todos os pontos do **pássaro 1 percorreram a mesma distância** porque os segmentos de recta [AE], [BF], [CG] e [DH] têm todos o **mesmo** ____________________________.





Obtiveram-se assim, **segmentos orientados, com a mesma direcção, o mesmo comprimento e o mesmo sentido.**

Diz-se então que representam o mesmo VECTOR.

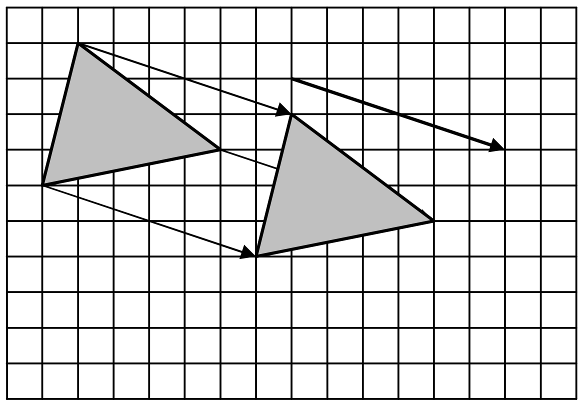
Assim,

$\overrightarrow{AE}, \overrightarrow{BF}, \overrightarrow{CG}, \overrightarrow{DH},...$ são os vectores associados translação que **transforma o pássaro 1 no pássaro 2**.

Assim, **Translação associada ao vector $\vec{v}$, $T_{\vec{v}}$ é a aplicação que a cada ponto P faz corresponder um ponto Q tal que: $\overrightarrow{PQ} = \vec{v}$**

3. Propriedades das translações

A figura 2 resultou da translação associada ao vector $\vec{u}$ da figura 1.



Assim, usando a régua, esquadro e transferidor, verifica-se que, por exemplo:

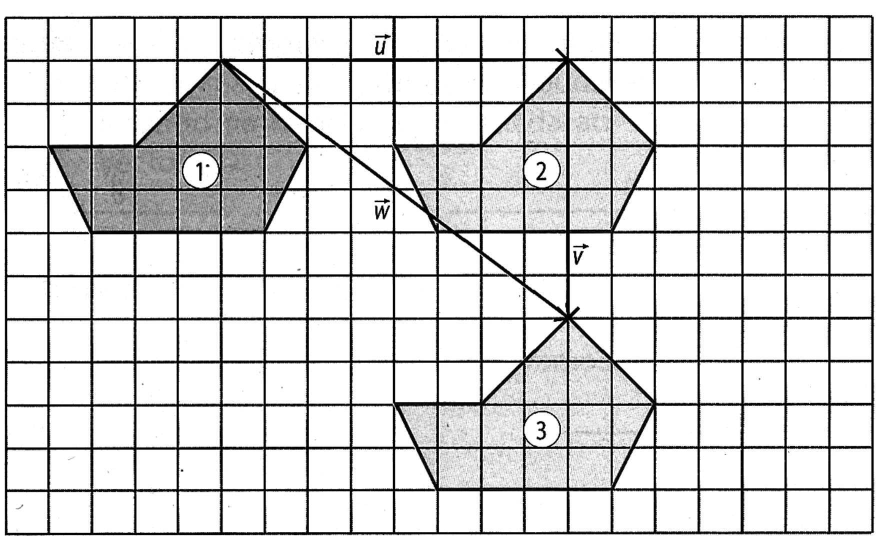
- o segmento de recta [AB] é transformado em ___________________;
- os segmentos de recta [AB] e [A` B`] são ________________________;
- $\overline{AB} = \overline{A`B`}$;
- ∡ABC e ∡A'B'C' têm a mesma ______________________.

Propriedades das translações:

1. Qualquer segmento de recta é transformado num segmento de recta, paralelo ao primeiro e com o mesmo comprimento;

2. Qualquer ângulo é transformado num ângulo geometricamente igual.

4. Composição de translações: adição e vectores



A figura 2 é imagem da figura 1 na translação associada ao vector ___________.

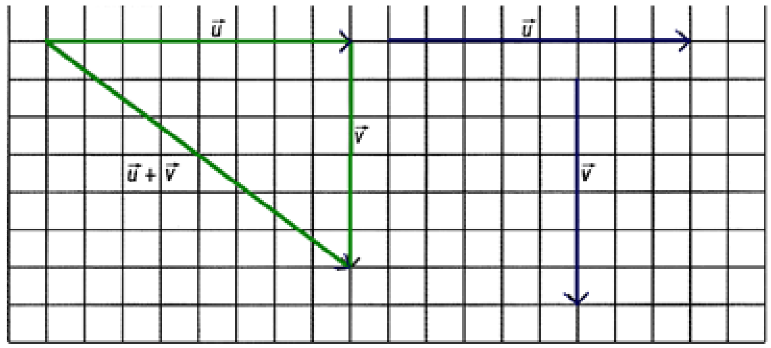
A figura 3 é imagem da figura 2 na translação associada ao vector ___________.

Assim, a **figura 1 foi transformada na figura 3** efectuando sucessivamente as translações $T_{\vec{u}}$ e $T_{\vec{v}}$.

Mas a figura 3 pode ser obtida directamente da figura 1 através de uma translação única.

O vector correspondente a essa translação é designado por $\vec{w}$.

À translação que transforma directamente a figura 1 na figura 3 chama-se ***translação composta*** das translações $T_{\vec{u}}$ e $T_{\vec{v}}$.



5. Adição de vectores

Ao vector $\vec{w}$, que define a ***translação composta***, chama-se o **vector soma** dos vectores $\vec{u}$ e $\vec{v}$, ou seja:

$$\vec{w} = \vec{u} + \vec{v}$$

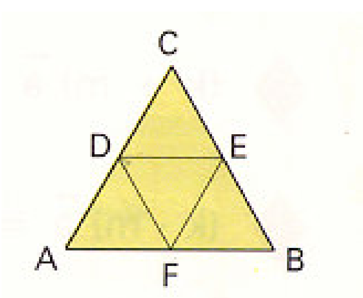
Pode-se determinar $\vec{w}$ da seguinte forma:

- Une-se a extremidade de _______ com a origem de ________;
- Une-se a origem de _______ com a extremidade de _______;
- O vector assim obtido é o vector $\vec{w}$.

Neste caso, adicionamos vectores com direcções diferentes.

Consideremos agora os vectores $\vec{a}$ e $\vec{b}$, com a mesma direcção e o mesmo sentido, e determinemos $\vec{a}+\vec{b}$:

Exercício1: O triângulo [ABC] está dividido em quatro triângulos geometricamente iguais.



1.1. Com elementos da figura, indica:

(a) dois segmentos orientados equipolentes; **R:** ……………………………

Def: Dois segmentos orientados são ***equipolentes*** se representam o mesmo vector.

(b) dois vectores com a mesma direcção, o mesmo sentido e comprimentos diferentes; **R:** ………………………………………………………

(c) dois vectores simétricos;

R: ………………………………………………………………….

1.2. Com elementos da figura, complete de modo a obter proposições verdadeiras:

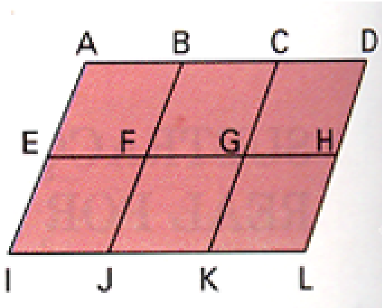
(a) $A+\overrightarrow{AC}=$____ **(b)** $C+\overrightarrow{CB}=$____ **(c)** *C+____=E* **(d)** $\overrightarrow{AF}+\overrightarrow{FE}=$____

(e) $\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{CE}=$____ **(f)** $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AF}=$____ **(g)** $\overrightarrow{AF}+\overrightarrow{FA}=$____ **(h)** $\overrightarrow{AF}+\overrightarrow{FB}=$____

(i) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BF}=$____ **(j)** $\overrightarrow{DF}+\overrightarrow{DE}=$____ **(k)** $E+\overrightarrow{BF}=$____ **(l)** $E+\overrightarrow{DF}=$_______

(m) $\overrightarrow{AC}+$____ $=\overrightarrow{AB}$ **(n)** $\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{CE}=$____ **(o)** $A+\overrightarrow{DE}=$____ **(p)** ____ $+\overrightarrow{BE}=D$

Exercício 2: Com os elementos da figura, complete de modo a obter afirmações verdadeiras:



(a) $A+\overrightarrow{AK}=$______ **(b)** $B+\overrightarrow{BL}=$______ **(c)** $-\overrightarrow{BG}=$______

(d) $\overrightarrow{FG}+B=$______ **(e)** $\overrightarrow{EF}+\overrightarrow{FH}=$______ **(f)** $-2\overrightarrow{GH}=$______

(g) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BG}=$______ **(h)** $2\cdot\overrightarrow{EF}=$______ **(i)** $\overrightarrow{EF}+\overrightarrow{FE}=$______

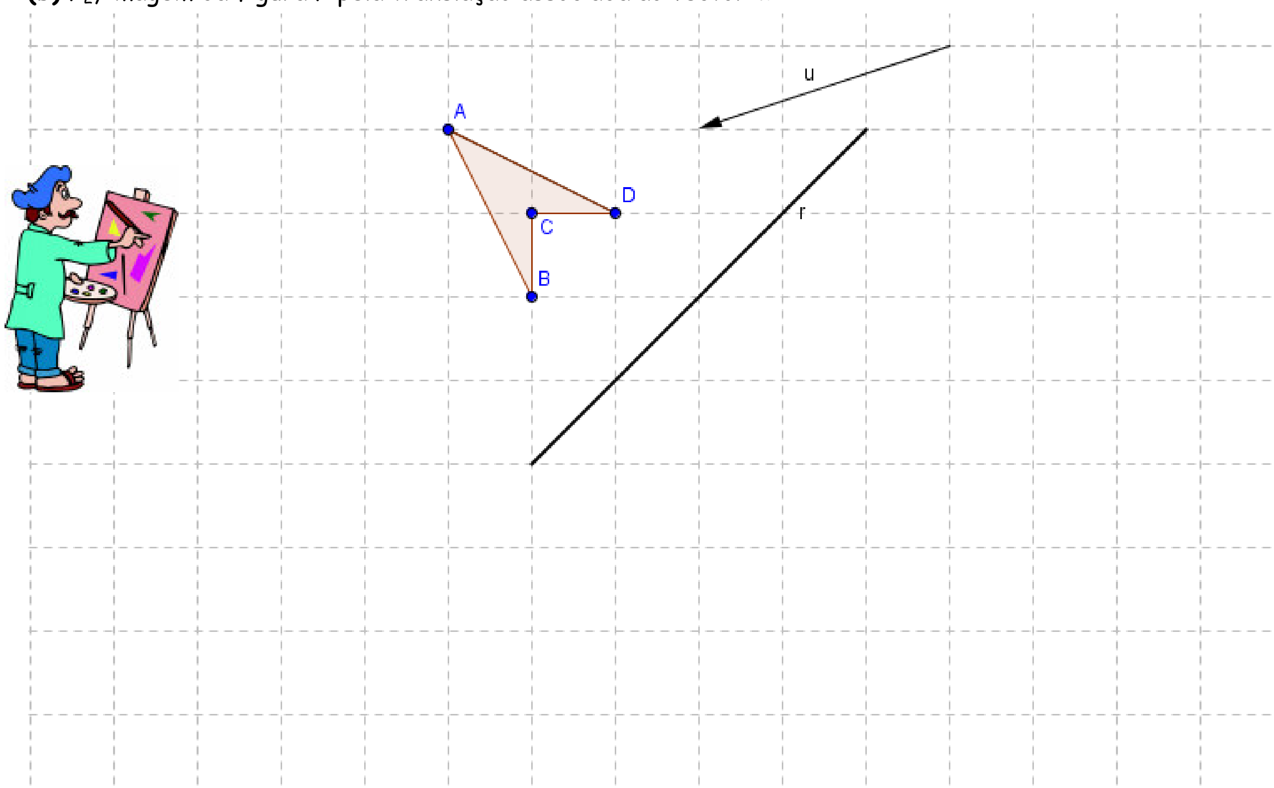
(j) $-\frac{1}{2}\cdot\overrightarrow{FH}=$______ **(k)** $\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{EF}=$______ **(l)** $-\overrightarrow{DJ}=$______

(m) $\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IJ}=$______ **(n)** $\overrightarrow{EI}+\overrightarrow{IK}=$______ **(o)** $\overrightarrow{FC}+\overrightarrow{CH}=$______

Exercício 3: Constrói uma figura:

(a) F_1, imagem da figura F pela simetria do eixo r;

(b) F_2, imagem da figura F pela translação associada ao vector $\vec{u}$



Bom trabalho!

A equipa do PM