



Apresentação dos Conteúdos e Objectivos para o 4º Teste de Avaliação de Matemática

Data da Realização : ___ / 03 / 2010	Material necessário: material de escrita (esferográfica de cor azul ou preto), compasso e régua e máquina de calcular científica. Não é permitido o uso de tinta correctora.
Conteúdos	Objectivos
<ul style="list-style-type: none"> • Equações do 2º grau: -Incompletas. -Completas. -Fórmula resolvente. 	<ul style="list-style-type: none"> -Traduzir o enunciado de um problema da linguagem corrente para linguagem matemática. - Operar com polinómios. - Aplicar os casos notáveis da multiplicação, na resolução de equações de 2º grau. - Decompor um binómio ou trinómio em factores, com vista à resolução de equações. - Resolver equações do 2º grau, procurando utilizar o processo mais adequado a cada situação (lei do anulamento do produto, fórmula resolvente, noção de raiz quadrada). - Interpretar e analisar as soluções ou a impossibilidade de uma equação, no contexto de um problema. - Discutir, apresentando argumentos, o processo usado na resolução de um problema.
<ul style="list-style-type: none"> • Os Números Reais. Inequações. -Dízimas. -Números irracionais. -Os números reais. - Operações em IR. - A recta real. - Intervalos. - Resolução de inequações de 1º grau a uma incógnita. - Conjuntos definidos por condições. 	<ul style="list-style-type: none"> - Reconhecer os conjuntos dos números naturais, dos números inteiros, dos racionais, dos irracionais e dos reais e das diferentes formas de representações dos elementos desses conjuntos e das relações entre eles; - Relacionar números reais com as dízimas que representam. - Indicar valores aproximados de um dado número real, controlando o erro; - Comparar números reais. - Interpretar gráfica e simbolicamente intervalos de números reais, assim como a intersecção e a reunião de intervalos. - Verificar se um número é solução de uma inequação. - Resolver inequações de 1º grau a uma incógnita. - Identificar conjuntos definidos por uma condição ou por uma conjunção ou disjunção de condições. - Determinar valores exactos e aproximados.
<ul style="list-style-type: none"> • Sistemas de equações - Resolução algébrica; - Resolução gráfica. 	<ul style="list-style-type: none"> - Resolver uma equação literal com duas ou mais incógnitas em ordem a uma delas; - Verificar se um par ordenado (x, y) é solução de uma equação de 1º grau com duas incógnitas; - Resolver sistemas de equações pelo método de substituição; - Resolver sistemas de equações graficamente e classificá-lo; - Resolver problemas recorrendo a sistemas de equações,
<ul style="list-style-type: none"> • Estatística e probabilidades - Noção de probabilidade. - Frequência relativa. 	<ul style="list-style-type: none"> - Identificar os resultados possíveis numa experiência aleatória; - Calcula a probabilidade de um acontecimento como quociente entre o número de casos favoráveis e o número de casos possíveis; - Compreender e usar a escala de probabilidade de 0 a 1, ou de 0% a 100%; - Utilizar esquemas adequados de contagem na abordagem de problemas combinatórios; - Compreender e usar a frequência relativa como a aproximação da probabilidade.
<ul style="list-style-type: none"> • Proporcionalidade Inversa. Representações gráficas. 	<ul style="list-style-type: none"> - Resolver problemas da vida corrente, da Matemática ou de outras ciências, que envolvam proporcionalidade inversa; - Reconhecer situações de proporcionalidade Inversa, indicando a constante de proporcionalidade; - Construir tabelas e/ou gráficos a partir de dados fornecidos; - Representar graficamente funções do tipo $y = \frac{k}{x}$; - Interpretar e explorar gráficos que lhe sejam fornecidos.
<ul style="list-style-type: none"> • Deves também: - Dominar conhecimentos leccionados em anos anteriores, como é o caso do Teorema de Pitágoras, Cálculo de Áreas e de Volumes, Semelhança de figuras e triângulos, utilização de números escritos em Notação Científica, operar com Potências de Expoente Inteiro, aplicar a Proporcionalidade Directa e todos os conhecimentos sobre Funções na resolução de problemas ; - Resolver problemas de estratégia e comunicar, por escrito, as estratégias e os procedimentos usados na resolução de problemas. Em todas as questões, deves apresentar todas as justificações, explicações e os cálculos que sustentem a tua resposta. 	
<ul style="list-style-type: none"> • Por onde deves estudar: caderno diário (de matemática e de Estudo Acompanhado), fichas de trabalho, manual adoptado e em http://planomat.wordpress.com/ cujo site contém uma Sala de Estudo com inúmeros materiais importantes. 	

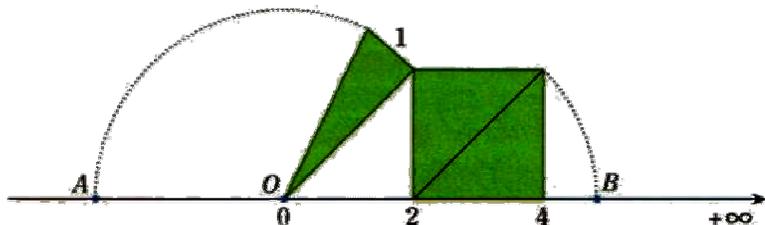
Preparação para o Teste de Avaliação

1. Considera a equação $\frac{x-y}{2} - 1 = \frac{1}{2}$
 - 1.1. **Resolve a equação** em ordem a y .
 - 1.2. **Representa a equação** geometricamente.
2. O produto das raízes da equação $-7x = -2 - 3x^2$ é:

- (A) $\frac{3}{2}$
(B) $\frac{2}{3}$
(C) $\frac{7}{3}$
(D) 2

3. Na figura estão representados um quadrado, um triângulo rectângulo e a recta real na qual foram marcados dois pontos A e B.

- 3.1. Atendendo às construções, **determina as abcissas dos pontos A e B.**



4. **Escreve a equação da função de proporcionalidade directa** cujo gráfico verifica:

- 4.1. Todos os pontos têm abcissa igual ao triplo da ordenada;
- 4.2. Todos os pontos têm coordenadas simétricas;
- 4.3. Todos os pontos têm ordenada igual ao triplo da abcissa.

5. Um estudo feito pela Sociedade Portuguesa dos Animais (SPA) revela que o número de vezes que um canário pia por dia (p) depende do número de vezes que o canário come por dia (c). Essa relação é dada por $p - 3 = 2(c + 2)$.

- 5.1. **Resolve a equação dada** em ordem a c .
- 5.2. **Determina quantas vezes come** um canário, se por dia piar **23 vezes**.
- 5.3. **Verifica para que valores** esta fórmula é válida.

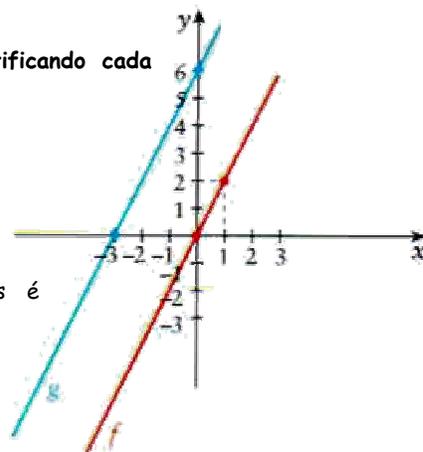
6. **Escreve uma equação com duas incógnitas** que tenha como solução o par ordenado $(x, y) = (2, 3)$ e cuja ordenada na origem seja 7 . De seguida **representa geometricamente a recta** que a simboliza.

7. Determina o valor exacto de $\left(\frac{1}{2} - \sqrt{3}\right)^2$. Apresenta todos os cálculos que efectuares.

8. No referencial ao lado estão representadas as rectas das funções f e g .

- 8.1. **Indica se são verdadeiras ou falsas** as afirmações seguintes, justificando cada resposta.

- 8.1.1. Como as rectas são paralelas, então têm o mesmo declive.
- 8.1.2. A função g é afim linear.
- 8.1.3. O declive das rectas é negativo.
- 8.1.4. A ordenada na origem da recta que representa a função g é 6.
- 8.1.5. A expressão algébrica que define cada uma das rectas é $f(x) = -2x$ e $g(x) = -2x + 6$.

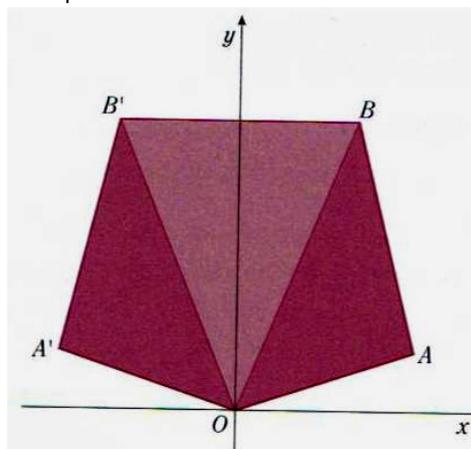


9. Considera o seguinte sistema de equações:
$$\begin{cases} x - \frac{x-y}{2} = 7 \\ 7 - 2(x-2y) = 3x \end{cases}$$

- 9.1. **Qual é o par ordenado que é solução do sistema?** Apresenta todos os cálculos que efectuares. (Sugestão: Coloca o sistema na forma canónica)

10. Em relação à figura ao lado, que está representada num referencial, sabe-se que:

- $(3;1)$ são as coordenadas do ponto A.
- $(-2;5)$ são as coordenadas do ponto B'.
- Os triângulos $[OAB]$ e $[OBB']$ são simétricos em relação ao eixo das ordenadas.



10.1. Indica as coordenadas dos pontos A' e B.

10.2. Em relação ao perímetro do triângulo $[OBB']$, indica:

10.2.1. o valor exacto;

10.2.2. um valor aproximado por defeito, a menos de 0,01.

11. Escreve a expressão analítica da função de proporcionalidade directa cujo gráfico contém o ponto A $(-2;3)$.

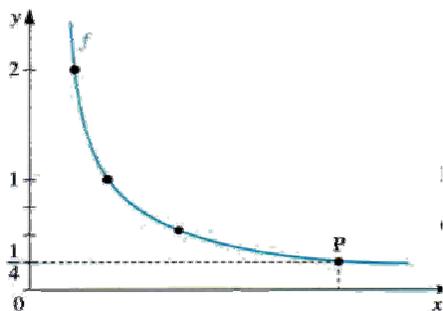
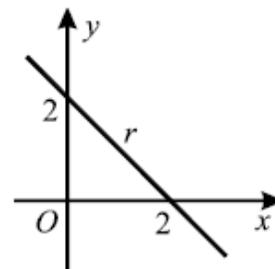
12. Considera o conjunto $A =]-\infty ; 5]$. Qual das quatro igualdades que se seguem é verdadeira?

- (A) $A =]-\infty ; 4[\cap]\frac{7}{2} ; 5]$ (B) $A =]-\infty ; 4[\cap]\frac{9}{2} ; 5]$ (C) $A =]-\infty ; 4[\cup]\frac{7}{2} ; 5]$ (D) $A =]-\infty ; 4[\cup]\frac{9}{2} ; 5]$

13. Calcula a equação da recta que "subiu duas unidades" paralelamente à recta que tem declive 5 e que passa pelo ponto A $(0; -7)$?

14. Na figura ao lado, está representada, num referencial xOy , a recta r , que intersecta o eixo Ox no ponto de abscissa 2 e o eixo Oy no ponto de ordenada 2. Qual é a equação da recta r ?

- (A) $y = 2x + 2$ (B) $y = -2x + 2$ (C) $y = -x + 2$ (D) $y = x + 2$



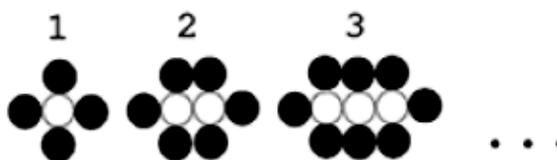
15. Na figura está parte da representação gráfica da função f , definida por $y = \frac{2}{x}$ com $x > 0$. P é o ponto do gráfico de f que tem de

ordenada $\frac{1}{4}$. Qual é a abscissa do ponto P?

- (A) 1 (B) 4 (C) 8 (D) 16

16. As figuras a seguir foram construídas com círculos pretos e brancos. Para construir esta sequência de figuras, os círculos pretos foram colocados apenas nas bordas e os brancos apenas no interior.

Continuando esta sequência, calcula a probabilidade de, escolhendo ao acaso um círculo da 11ª figura ele ser preto.



17. Considera as equações do tipo $2x^2 + x - 2k + 1 = 0$, $k \in \mathbb{R}$.

17.1. Resolve a equação se $k = -3$;

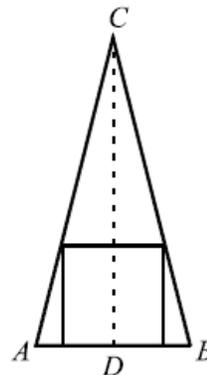
17.2. Representa na forma de intervalo de números reais os valores de k para os quais a equação dada tem duas soluções distintas.

18. Uma papelaria vendeu 70 cadernos a dois preços diferentes: os de tamanho A5 a 0,4 euros cada um e os de tamanho A4 a 0,6 euros cada um. Obteve com a venda 36 euros. **Quantos cadernos vendeu de cada tamanho?**

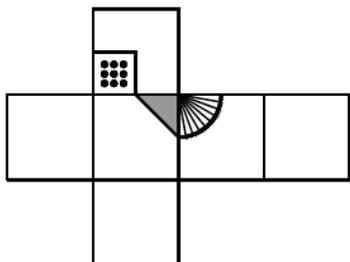
19. Na figura seguinte, estão representados um triângulo isósceles $[ABC]$ e um quadrado inscrito nesse triângulo. A altura relativa à base $[AB]$ é o segmento de recta $[CD]$, representado a tracejado.

Sabe-se que $\overline{AB} = 4\text{ cm}$ e que $\overline{CD} = 8\text{ cm}$. **Quanto mede, em centímetros, o lado do quadrado?**

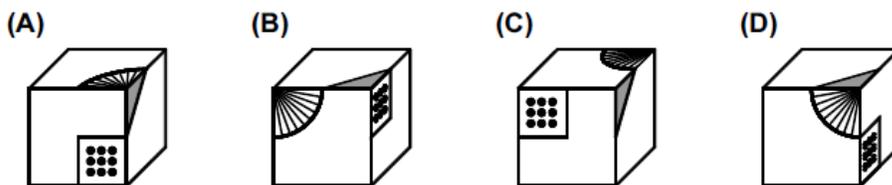
- (A) $\frac{9}{4}$ (B) $\frac{5}{2}$ (C) $\frac{8}{3}$ (D) $\frac{11}{4}$



20. Na figura seguinte, está representada a planificação de um cubo.



20.1. **Em qual das opções seguintes** pode estar representado o cubo?



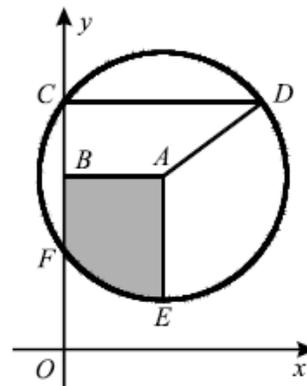
21. Na figura seguinte, está representada, num referencial, xOy , a circunferência que tem como centro o ponto $A(4,7)$ e que contém o ponto $D(8,10)$.

Sabe-se que:

- . $[CF]$ é a corda da circunferência contida no eixo Oy ;
- . $[CD]$ é uma corda da circunferência, paralela ao eixo Ox ;
- . $[AE]$ é um raio da circunferência, paralelo ao eixo Oy ;
- . $[ABCD]$ é um trapézio rectângulo

21.1. **Determina a área do trapézio $[ABCD]$.**

21.2. **Determina a equação da recta** que contém $[AC]$



22. Um troço de auto-estrada demora 60 dias a asfaltar se trabalharem nessa obra 20 operários. **Quantos operários serão necessários para asfaltar o mesmo troço de auto-estrada em 50 dias?**

- (A) 17 (B) 20 (C) 24 (D) 30

23. **Resolve as seguintes equações:**

23.1. $36x^2 + 1 = 12x$ 27.2. $100x^2 - 60x + 9 = 0$ 27.3. $3x - \frac{x+2}{3} = (3-x)^2$ 27.4. $\frac{x}{2} \left(2x + \frac{3}{7} \right) = 0$ 27.5. $6x^2 = 30$

24. A Sofia resolveu a equação a equação $x^3 = 4x$. De seguida, escreveu cada uma das soluções da equação num cartão e colocou os cartões numa bolsa. Considera a experiência aleatória que consiste em retirar, sucessivamente, sem reposição, dois cartões e registar os respectivos números.

24.1. Indica todos os casos possíveis.

24.2. Determina a probabilidade dos acontecimentos:

24.2.1. A: " O produto dos números é 0".

24.2.2. B: " A soma dos números é 0".

24.2.3. C: " O produto dos números é positivo".

24.2.4. D: " A soma dos números é não negativa".

25. O Rui saiu de casa às 9 horas da manhã e, caminhando sempre à mesma velocidade, dirigiu-se ao café, situado no fim da rua onde mora; a rua não tem curvas e o café fica a 600 metros de sua casa.

O Rui chegou ao café quando passavam 6 minutos das 9 horas.

Esteve 10 minutos no café, a tomar o pequeno-almoço, tendo, em seguida, regressado a casa, caminhando sempre à mesma velocidade, embora mais lentamente do que à ida.

Chegou a casa às 9 horas e 28 minutos.

Seja t o tempo, em minutos, contado desde o instante em que o Rui saiu de casa até ao momento em que ele, vindo do café, chegou a casa.

25.1. Seja f a função que, a cada valor de t , faz corresponder a distância, em metros, do Rui à sua casa, no instante t :

25.1.1. Desenha o gráfico de f , numa folha de papel quadriculado, utilizando para o efeito as escalas a seguir indicadas:

- No eixo das abcissas: 1 quadrícula - 2 minutos
- No eixo das ordenadas: 1 quadrícula - 50 metros.

25.1.2. Indica o domínio e o contradomínio da função f .

25.1.3. Indica o valor de $f(2)$ e interpreta este valor no contexto da situação.

25.1.4. Interpreta, no contexto da situação, a equação $f(t) = 600$ e indica o seu conjunto-solução.

25.1.5. Indica o conjunto-solução da equação $f(t) = 400$.

25.2. Seja g a função que, a cada valor de t , faz corresponder a distância, em metros, do Rui ao café, no instante t :

25.2.1. Desenha o gráfico de g , no mesmo referencial em que desenhaste o gráfico de f .

25.2.2. Interpreta, no contexto do problema, a equação $f(t) = g(t)$ e indica o seu conjunto-solução.

26. Considera o produto dos números que se obtêm quando se rodam os ponteiros das duas rodas da sorte representadas.



26.1. Completa a tabela ao lado:

26.2. Determina a probabilidade de o produto obtido ser:

26.2.1. Maior do que 0;

26.2.2. Menor do que -2;

26.2.3. Não positivo.

X	-4	0	2
-3			
1			
5			

27. Escreve sob a forma de intervalos de números reais: $] 0,25z \leq \frac{1-z}{2}$

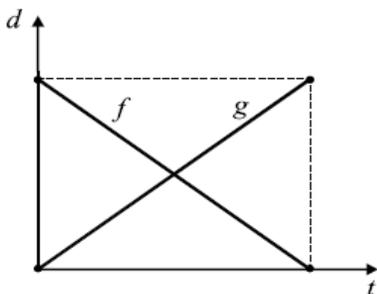
28. A Rita e a Inês são amigas. A Rita mora em Vilalta e a Inês mora em Altavila. Certo dia, saíram de casa à mesma hora. A Rita deslocou-se de Vilalta para Altavila, e a Inês de Altavila para Vilalta, utilizando a única estrada que liga as duas localidades. Ambas fizeram o percurso a pé.

Seja f a função que dá, em quilómetros, a distância percorrida pela Rita, t minutos depois de ter saído de Vilalta.

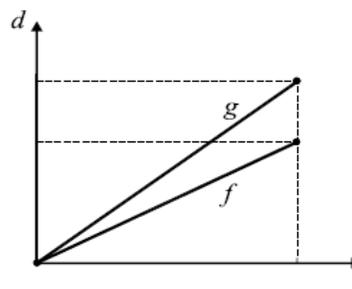
Seja g a função que dá, em quilómetros, a distância percorrida pela Inês, t minutos depois de ter saído de Altavila.

28.1. Em qual das opções seguintes podem estar representadas graficamente as funções f e g ? Numa pequena composição, explica por que é que as outras três opções são incorrectas, apresentando, para cada uma delas a razão pela qual as rejeitaste.

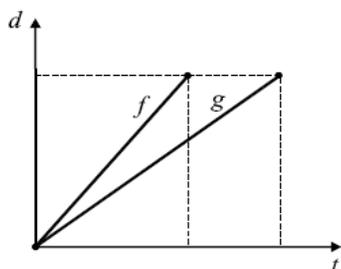
(A)



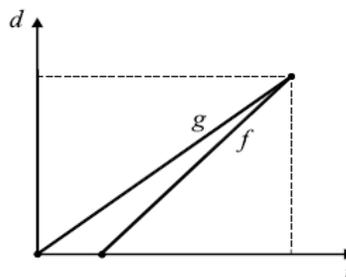
(B)



(C)



(D)



28.2. Admite agora que:

- A estrada que liga Altavila a Vilalta tem 18 km.
- A Rita se deslocou a uma velocidade de 5 km/h
- A Inês demorou mais 54 minutos do que a Rita a chegar ao seu destino.

A que distância estava a Rita de Altavila, quando se cruzou com a Inês?

29. Numa loja de desporto há 25 T-shirts do mesmo modelo e de três tamanhos: **M**, **L** e **XL**. A probabilidade de tirar ao acaso uma T-shirt do tamanho **M** é $\frac{1}{5}$ e de tirar uma T-shirt do tamanho **L** é $\frac{2}{5}$. **Determina quantas T-shirts existem do tamanho XL.**

30. Considera os conjuntos: $A =]-\pi; \sqrt{7}]$ e $B = [\sqrt{3}; +\infty[$

30.1. Indica todos os números inteiros negativos que pertencem ao conjunto A.

30.2. Dá exemplo de um número irracional que pertença ao conjunto $A \cap B$.

30.3. Representa, na forma de intervalo de números reais, o conjunto $A \cup B$.

31. Do conjunto $\left\{-6, 12; \sqrt{36}; -\frac{14}{5}; 3\pi; \frac{3}{5}; -\sqrt{8}; 1; \sqrt{\frac{1}{16}}; -7, (2)\right\}$ escolhe-se um número ao acaso. **Qual é a probabilidade de esse número:**

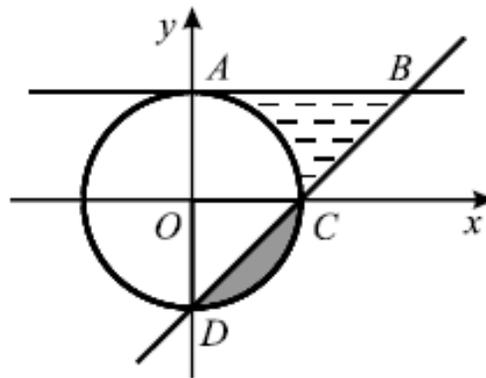
31.1. não pertencer a \mathbb{Z} ?

31.2. ser um número irracional?

32. A festa de aniversário do Francisco realizou-se numa discoteca. Após oito raparigas abandonarem a festa, o número de rapazes passou a ser o dobro de número de raparigas. De seguida, abandonaram a festa 30 rapazes e o número de raparigas passou a ser o triplo de rapazes. **Determina quantos rapazes e quantas raparigas** estavam inicialmente na festa.
33. Para a realização de um passeio, a Junta de freguesia de Boim alugou autocarros de dois tipos: uns de 40 lugares e outros de 52 lugares. Sabe-se que pagou 700€ por cada autocarro de 52 lugares e 600€ por cada autocarro de 40 lugares, gastando no total 4700€. Viajaram 340 pessoas, não ficando lugares vagos. **Quantos autocarros, de cada tipo, foram alugados?**

34. Na figura estão representados, em referencial o.n. xOy :

- Os pontos A e D, pertencentes ao eixo Oy
 - O ponto C, pertencente ao eixo Ox
 - A circunferência de centro na origem do referencial e raio 3, que contém os pontos A, C e D
 - A recta BD, que contém o ponto C
 - A recta AB, paralela ao eixo Ox
- O ponto B tem de coordenadas $(6; 3)$



Estão assinaladas na figura duas regiões:

- Uma, tracejada, no primeiro quadrante
- Outra, sombreada, no quarto quadrante

34.1. **Escreve a equação** da recta BD.

34.2. **Determina a área da região sombreada**, apresentando o resultado arredondado às centésimas.

34.3. **Determina a área da região tracejada**. Apresenta o resultado arredondado às centésimas.

35. **Qual é o menor número inteiro** que satisfaz a condição $\frac{-2(x-5)}{3} + \frac{x+4}{2} < 1$?

36. A empresa "Astrolábio", ao comprar bilhetes para o sorteio, verificou que o preço de cada bilhete variava de país para país. Um bilhete, em Espanha, custava a quarta parte do bilhete, vendido em Portugal. Se comprasse quatro bilhetes, dois de cada país, pagava na totalidade, 600€.

36.1. **Determina o preço de cada bilhete** em Espanha.

36.2. Ao consultar o preço dos bilhetes nos diferentes países da União Europeia, a referida empresa verificou que o **custo médio** dos bilhetes vendidos em Portugal, Espanha e França e Holanda era de 130€. **Quanto custava, um bilhete em França**, sabendo que o preço dos bilhetes na Holanda e França era o mesmo? **Apresenta todos os cálculos que efectuares.**

37. Numa festa de aldeia, foi montado um palco para realizar um espectáculo de dança. Em frente, montou-se uma plateia com cadeiras dispostas em filas. Em cada fila, as cadeiras foram encostadas umas às outras, sem intervalos entre elas. Na primeira fila, colocaram 10 cadeiras, na segunda fila, mais 3 cadeiras do que na primeira, na terceira fila, mais 3 cadeiras do que na segunda e assim sucessivamente. Arranjaram-se 275 lugares.

37.1. **Com quantas filas ficou a plateia?** Explica como chegaste à resposta.

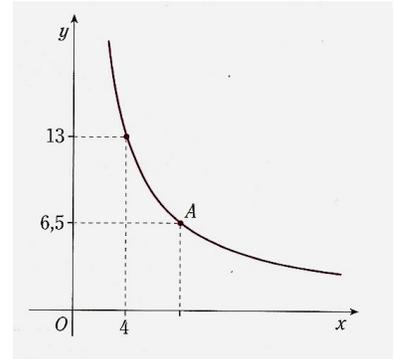
37.2. A organização do espectáculo decidiu distribuir, ao acaso, os bilhetes para os lugares sentados. A Nazaré recebeu um bilhete e sabe que, num espectáculo de dança, as três primeiras filas têm má visibilidade para o palco. Gostaria que não lhe calhasse um desses lugares. **Qual é a probabilidade** de a Nazaré ver satisfeita a sua pretensão?

37.3. O empresário resolve adquirir mais máquinas iguais à que possui. Para melhor fundamentar a sua opção recorre a uma função que relaciona o **número de máquinas**, x , com o **número de dias** necessário, y , para a produção das 2600 peças.

No referencial da figura está a representação gráfica da função de proporcionalidade que relaciona x e y .

37.3.1. Uma expressão analítica da função representada no referencial é:

$y = 3,25x$
 $y = \frac{52}{x}$
 $y = \frac{x}{52}$
 $y = 52x$



Determina as coordenadas do ponto A, assinalado na figura, e indica o seu significado

38. Resolve os sistemas $\begin{cases} a - 2b = 4 \\ a - \frac{b}{2} = b \end{cases}$ e $\begin{cases} x - y - \frac{3}{2} = x \\ 4x - 3(y + 4) = 0 \end{cases}$

39. Uma fábrica recebeu uma encomenda de 2600 peças e tem um prazo de 10 dias para a produção dessas peças.

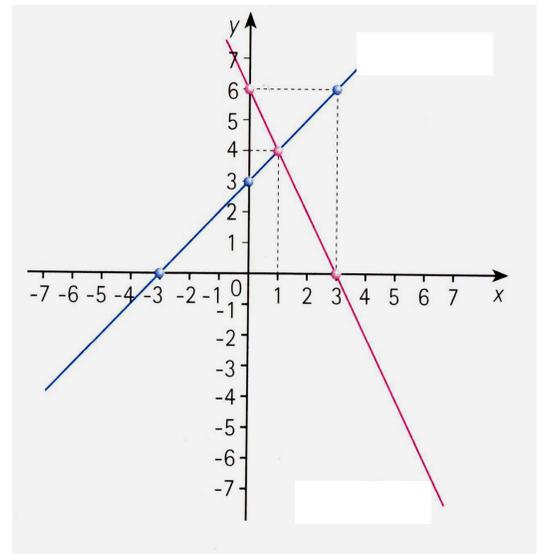
39.1. Na fábrica há apenas três máquinas em que cada uma tem uma capacidade de produção de 50 peças por dia. **É possível**, sem fazer investimento em novas máquinas, produzir as 2600 peças em 10 dias?

40. As focas do antártico consomem, entre outros alimentos, um crustáceo parecido com o camarão com um peso de cerca de 2 gramas, designado por krill.

40.1. Se numa região oceânica houver krill suficiente para alimentar 220 focas durante 10 dias, **para quantos dias dará esse krill, se o número de focas diminuir 20 unidades?**

41. A solução apresentada na representação gráfica seguinte, diz respeito ao sistema:

(A) $\begin{cases} -x + 2y = 7 \\ x - y = -3 \end{cases}$
 (B) $\begin{cases} y - x = 3 \\ y = x \end{cases}$
 (C) $\begin{cases} 2x + y = 6 \\ 4x - y = 0 \end{cases}$
 (D) $\begin{cases} x - y = -3 \\ 2x + y = 6 \end{cases}$



42. A Teresa tem no seu mealheiro 180 euros em notas de 10 e 20 euros. No total tem 13 notas. **Quantas notas tem de 10 euros?**

43. O Tomás fez um inquérito a 30 colegas da sua turma e obteve os seguintes resultados:

- 18 - gostam de Rock
- 9 - gostam de Rap
- 6 - gostam de Rock e de Rap.

43.1. De acordo com os resultados obtidos, **constrói um diagrama de Venn.**

43.2. **Determina a probabilidade de**, escolhendo ao acaso um aluno:

- 43.2.1. gostar só de Rap;
- 43.2.2. não gostar de nenhum dos estilos musicais;
- 43.2.3. gostar de Rock ou Rap.

Bom trabalho!
A equipa do PM