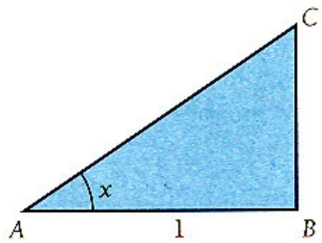
Escola Secundária com 3ºCEB de Lousada

Ficha de Trabalho de Matemática do 9º ano **Data 13 /06 / 2010**

Assunto: Preparação para o Exame Nacional 2010 - II

1. Considera um triângulo [ABC], rectângulo em B e cujos catetos são [AB] e [BC]. Admite que se tem $\overline{AB} = 1$ e x designa a amplitude do ângulo BAC (ângulo agudo).



1.1. **Mostra que** o perímetro do triângulo é dado por $P = \dfrac{1 + \operatorname{sen} x + \cos x}{\cos x}$.

2. Considera os números:

$$\frac{2}{3} \quad \sqrt{2} \quad \frac{25}{6} \quad \pi \quad 4\sqrt{7} \quad \frac{15}{19} \quad \frac{56}{11} \quad \sqrt[3]{5} \quad -\frac{13}{25} \quad \frac{2}{8} \quad \frac{7}{5} \quad -\sqrt{3}+7$$

2.1. **Indica:**

2.1.1. os que são racionais, **justificando**;

2.1.2. os que são irracionais, **justificando**;

2.1.3. os que são reais, **justificando**.

2.2. **Representa**, na recta real, $-\sqrt{3}+7$, **indicando todos os cálculos que efectuares.**

3. **Escreve um número irracional** compreendido entre 25×10^{-1} e $\dfrac{18}{5}$.

4. Numa aula de Matemática, a turma da Filipa envolveu-se na procura de propriedades de números. A certa altura a Filipa afirmou:

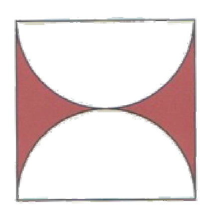
"Se pensar em dois números naturais consecutivos e subtrair o quadrado do menor ao quadrado do maior, obtenho sempre um número que não é múltiplo de dois."

4.1. **Escolhe dois números naturais consecutivos e verifica** que, para esses números, a afirmação da Filipa é verdadeira.

4.2. Designando por n um número natural **mostra que** $(n+1)^2 - n^2$ é sempre um número que **não é múltiplo** de dois.

5. Resolve as seguintes equações, sem utilizares a fórmula resolvente:

5.1. $(2x-3)^2 = 9$; **5.2.** $\dfrac{x^2}{6} = -2x$



6. Na figura estão representados um quadrado e dois semicírculos iguais. O perímetro do quadrado da figura é **24 cm**.

6.1. **Determina o valor exacto da área da região colorida** do quadrado.

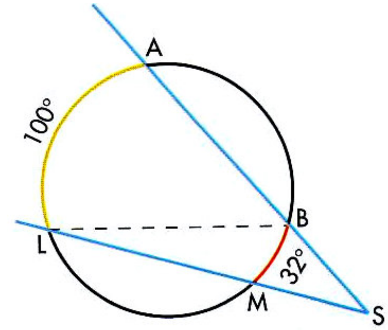
7. O João tem um mealheiro com a forma de um prisma recto com **14 cm de altura**, em que, **as bases são hexágonos regulares com 6 cm de lado**.

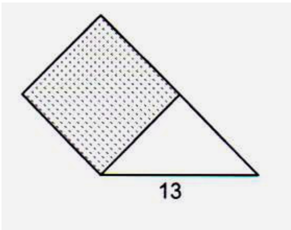
7.1. **Determina a área lateral** do mealheiro.

7.2. **Calcula o volume do prisma** que representa o mealheiro. **Apresenta o resultado aproximado às unidades.**

8. Observa a figura e, atendendo às condições nela indicadas, **calcula:**

8.1. $A\hat{B}L$ 8.2. $M\hat{L}B$ 8.3. $A\hat{S}L$.





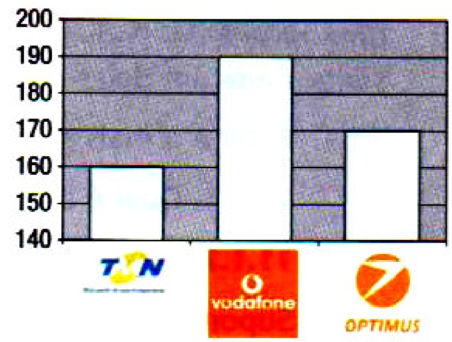
9. Na figura estão representados um quadrado e um triângulo rectângulo isósceles com um lado comum. **Calcula a área do quadrado da figura**. **Explica a tua resposta.**

10. Inquiriram-se **520 pessoas** que utilizam telemóvel sobre a rede a que estão ligados (TMN, Vodafone ou Optimus). Obtiveram-se os resultados registados no gráfico ao lado. **Qual a probabilidade de**, escolhendo umas pessoa ao acaso,

10.1. ser utilizadora da rede TMN?

10.2. não ser utilizadora da rede Vodafone?

10.3. ser utilizadora da TMN ou Optimus?



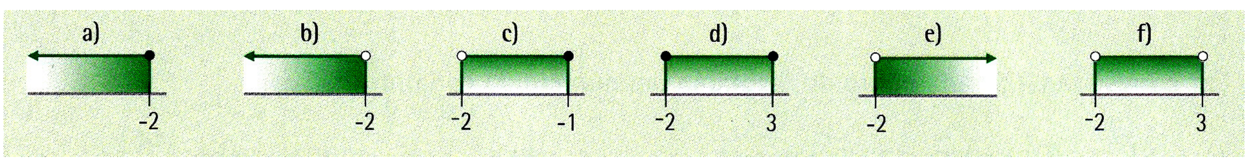
11. Considera os seguintes sistemas de equações a duas incógnitas:

(A) $\begin{cases} \frac{1}{2}x + y = 0 \\ 3x - 2y = 5(x-1) \end{cases}$ (B) $\begin{cases} \frac{3+5x}{2} = 2y - 3 \\ x - 2\left(y - \frac{1}{3}\right) = 0 \end{cases}$

11.1. **Resolve cada um deles**, pelo método de substituição.

11.2. **Classifica-os.**

12. Para cada esquema gráfico a seguir apresentado, **faz corresponder a condição ou o intervalo**.



(I) $\{x \in IR : x < -2\}$; **(II)** $\{x \in IR : -2 < x < 3\}$; **(III)** $]-2\ ,\ -1]$;

(IV) $\{x \in IR : x > -2\}$; **(V)** $[-2\ ,\ 3]$; **(VI)** $]-\infty\ ,\ -2]$

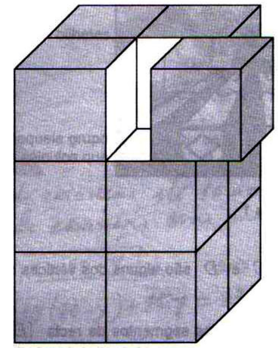
13. **A equação** $3 = y - \frac{x}{2}$ **resolvida em ordem** a **y** é:

(A) $2y = 6 + x$ (B) $y = \frac{x-6}{2}$ (C) $y = 3 + \frac{x}{2}$ (D) $y = \frac{3x}{2}$

14. Um automobilista circula a uma velocidade média de 60 km/h, percorrendo a distância entre duas cidades em três horas. Se na viagem de regresso fizer o mesmo trajecto, à velocidade média de 48 km/h, **quantas horas vai demorar?**

(A) 2,5   (B) 5,25   (C) 3,75   (D) 4,5

15. Pintaram-se as seis faces de um prisma quadrangular regular antes de o cortar em cubos iguais, tal como se pode observar na figura.



15.1. Se escolheres, ao acaso, um desses cubos, **qual é a probabilidade de o cubo escolhido ter só duas faces pintadas**? **Apresenta o resultado na forma de uma fracção irredutível.**

16. Se um sistema é impossível, **então as rectas correspondentes a cada uma das equações:**

(A) – São coincidentes. **(C)**– São concorrentes.
(B) – Não se podem desenhar. **(D)** - São paralelas.

17. **Prova que a maior esfera que cabe dentro de um cubo** de aresta a tem de volume $\frac{1}{6}a^3\pi$. **Apresenta todos os cálculos que efectuares.**

18. Dados os subconjuntos de $\mathbb{R}$: $A =]1;3]$, $B = \{x \in \Re : 2 \leq x < 5\}$ e $C =]-\infty;7]$. **Indica a afirmação correcta:**

(A) $A \cup B =]1,5[$ e $B \cap C = [2,5[$ **(B)** $A \cup B = [2,3]$ e $B \cap C = [2,5[$
(C) $A \cup B = [2,3]$ e $B \cap C =]-\infty,7]$ **(D)** $A \cup B =]1,5[$ e $B \cap C =]-\infty,7]$

19. Considera o intervalo $]-7;\sqrt{17}[$.

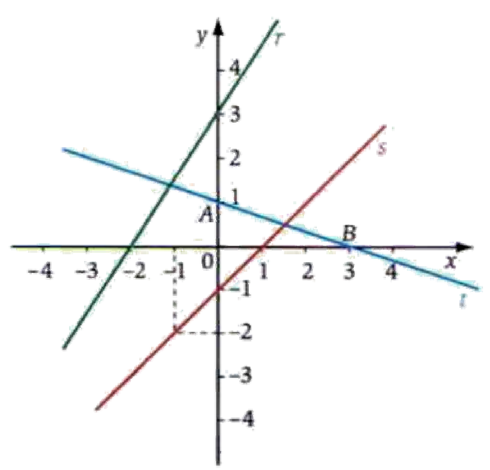
19.1. **Indica o maior número natural** pertencente a este conjunto.
19.2. **O número** designado pela expressão $\left(1-\sqrt{5}\right)\left(1+\sqrt{5}\right)-4^{-1}$ **pertence ao intervalo dado**?

20. Habitualmente, a quantidade de medicamento (dosagem) que se dá a uma criança depende do seu peso e idade. A seguinte regra é normalmente usada para determinar a dosagem correcta para uma criança:

$d = \frac{D \times p}{68}$ em que:

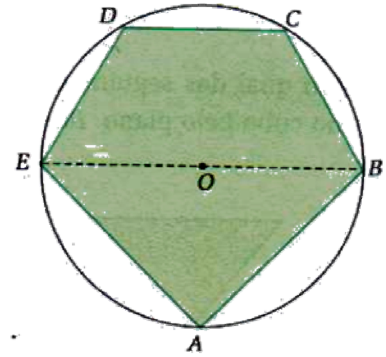
- **d** é a dosagem da criança, em mg;
- **D** é a dosagem do adulto, em mg;
- **p** é o peso da criança, em kg.

20.1. **Resolve a equação dada em ordem** a *p*.
20.2. O médico receitou à Rita, que tem 6 anos, 30 mg de um medicamento em que a dosagem para um adulto é de 80 mg. **Quanto pesa a Rita**? **Apresenta todos os cálculos que efectuares.**
20.3. Se, para uma criança, a dosagem de um medicamento fosse igual à dosagem para um adulto, **qual seria o peso da criança**? **Apresenta todos os cálculos que efectuares.**



21. **Escreve a equação correspondente** a cada uma das rectas.

22. $[ABCDE]$ é um pentágono inscrito na circunferência de centro O e raio r cm.



22.1. **Qual das afirmações seguintes é verdadeira**?

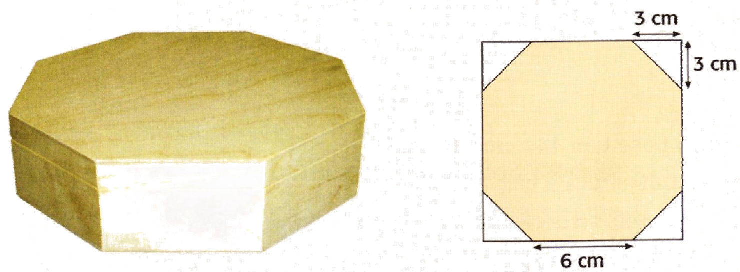
22.1.1. O pentágono é regular:

22.1.2. A amplitude do ângulo DCB é 120º.

22.1.3. O perímetro do pentágono é $5r$ cm.

22.1.4. A área do triângulo $[EAB]$ é igual à área do trapézio $[EBCD]$.

23. A caixa da figura tem a forma de um **prisma octogonal**. As bases foram construídas a partir de quadrados com **12 cm** de lado, sendo-lhes retirados os triangulas dos cantos, como é sugerido na figura. A altura do prisma é de **10 cm**.

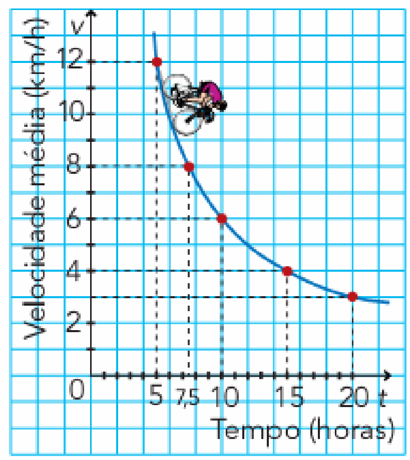


23.1. **Qual a área da base da caixa**?

23.2. Pretende-se forrar a caixa com papel autocolante colorido. **Qual a quantidade de papel necessária para o fazer?**

23.3. **Qual é a capacidade da caixa**?

24. Numa prova de ciclismo, os concorrentes têm de percorrer 60 quilómetros. O gráfico seguinte representa a velocidade média, em km/h, e o tempo, em horas, gasto por cada ciclista.



24.1. **Justifica que existe proporcionalidade inversa** entre as grandezas v e t.

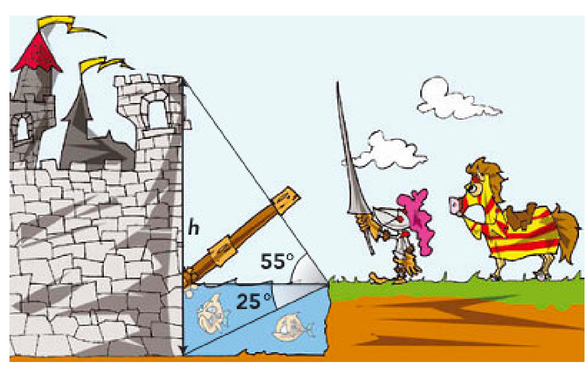
24.2. **Qual a constante de proporcionalidade e qual o seu significado?**

24.3. **Escreve a expressão analítica** da função.

24.4. Se a velocidade média fosse de 20 km/h, **que tempo** demorava o ciclista a fazer o percurso?

24.5. Se o ciclista demorou 12 horas a fazer o percurso, **qual a sua velocidade média?**

25. Um castelo está cercado por um fosso, cheio de água, sendo a entrada possível através de uma ponte levadiça com **4 m** de comprimento (que na horizontal tapa o fosso).



25.1. **Observa a figura e calcula**:

25.1.1. A profundidade do fosso.

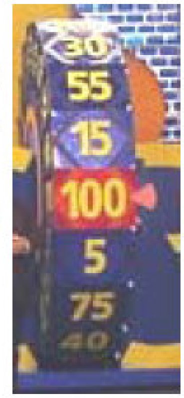
25.1.2. A altura h da muralha do castelo.

26. Sendo x um ângulo agudo e $\cos x = \frac{1}{2}$, **determina**, sem utilizar a calculadora:

(A) sen x **(B)** 2 tg x **(C)** 2 cos x + 3 tg x

27. Num concurso há três concorrentes. Na sua vez de jogar cada concorrente faz girar uma roda gigante que está dividida em vinte casas. Cada uma das casas contém **um múltiplo de 5 menor ou igual a 100** (excepto o zero).

O concorrente que obtiver 100 pontos ou a pontuação mais próxima de 100 ganha o jogo.



Cada número da roda gigante tem igual probabilidade de sair.

27.1. Qual é a probabilidade de um concorrente girar a roda e lhe sair o número **100**?

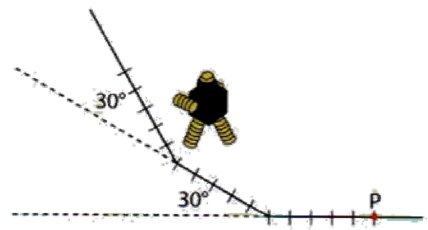
27.2. Na sua vez, cada concorrente pode girar duas vezes seguidas a roda e os números que obtém adicionam-se. Se a soma dos números ultrapassar 100, o concorrente perde.

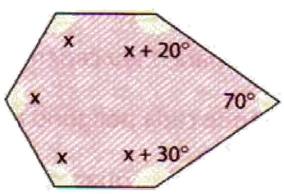
27.2.1. O Rui fez girar a roda e obteve **25 pontos**. Decidiu voltar a girar a roda. Qual é a probabilidade de o Rui ultrapassar os 100 pontos?

27.2.2. Numa sessão do concurso, o primeiro jogador ficou com **80 pontos**. A Teresa fez girar a roda e obteve **45 pontos**.

27.3. Qual é a probabilidade de a Teresa obter uma pontuação maior do que a do primeiro concorrente ao fazer girar a roda pela segunda vez?

28. Um robô foi programado para dar **5 passos** e girar **30° para a direita**. Quantos passos ele dará para voltar ao ponto de partida, P?





29. Determina o valor de x na figura.

30. Considera a condição $x > 0 \quad \wedge \quad 3 + \frac{1-x}{2} \geq 3$. Qual será o conjunto-solução da condição?

A. $[0,1]$ **B.** $]0,1]$ **C.** $]0,1[$ **D.** $]-\infty,+\infty[$

31. Qual é o menor número natural que satisfaz a condição $-2x + \frac{7}{5} \geq -5x$?

32. O PESO DOS ALUNOS

Na tabela seguinte, apresenta-se o peso dos alunos de uma das turmas do 8 º ano de uma escola.
O peso médio dos alunos da turma é **52,96 kg**.

Peso (Kg)	45	48	50	55	58	60	66
Nº alunos	3	4	6	5	2	4	1

a. Verifica que o peso médio dos alunos dessa turma está correcto.

b. Se entrar, na turma, mais um aluno com 50 kg de peso, o peso médio dos alunos da turma aumenta ou diminui? **Não fazendo quaisquer cálculos, justifica a tua resposta**, tendo só em conta os dados conhecidos.

c. Imagina que entrou um novo aluno na turma. Que peso pode ter esse aluno para que o peso médio dos alunos da mesma turma não varie mais do que 0,5 kg. **Justifica a tua resposta.**

Bom trabalho!
A equipa do PM